

**Расчетно-графическая работа № 3**  
**«Производная функции»**

**Вариант 1**

1. Найти производную функций:

a)  $y = e^{\sin x} x^5 + \lg(5x + 1)$

в)  $y = \sqrt{3x^2 + 1} + 2^{\operatorname{tg} x}$

б)  $y = \frac{\cos^2 3x}{2x + 3} - \arcsin 2x$

г)  $x^2 - y^2 - 2y = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(x+1)}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

**Вариант 2**

1. Найти производную функций:

a)  $y = \operatorname{ctg}^2 8x - 2x^3 + 1$

в)  $y = 3^{x^2} \sin 3x$

б)  $y = \operatorname{arctg}^3(\cos x)$

г)  $xy = \operatorname{ctg} y$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \ln x$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3 \ln x}{x + 2}$

**Вариант 3**

1. Найти производную функций:

a)  $y = \frac{\arccos 2x}{x} - 8\sqrt{x} + 2x$

в)  $y = \sqrt{7x^2 + 5} + 3^{\operatorname{ctg} x}$

б)  $y = \ln(\sin 2x) + \cos 3x$

г)  $x + y + \operatorname{arctg} 3x + \operatorname{tg} 2y = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 2x$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 9}{2 - 3x - x^2}$

**Вариант 4**

1. Найти производную функций:

a)  $y = \operatorname{tg}^2 7x + 3x^2 + 8$

в)  $y = \frac{\arcsin 3x}{x^2} + \sqrt[3]{x} - 1$

б)  $y = 5^{x^3} \cos 8x$

г)  $x^3 + y^3 = x^2 y^2$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталя:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{5}{x^5 - 1} - \frac{7}{x^7 - 1} \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 6x - \sin 7x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2x - 3}$

### Вариант 5

1. Найти производную функций:

а)  $y = \ln \cos 3x - \sin 2x$                       в)  $y = \ln^3 \frac{1}{x}$

б)  $y = 2^{\ln x} \operatorname{arctg} 3x$                       г)  $\ln y + \frac{y}{x} = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 4x - 2x^2}{2x - 1}$

### Вариант 6

1. Найти производную функций:

а)  $y = e^{\operatorname{tg} x} \cdot x^4 - \ln(3x^3 + 5)$                       в)  $y = \sqrt{2x + 3} - 4^{\operatorname{tg} x}$

б)  $y = \frac{\sin^3 3x}{2x + 5} - \arcsin(3x + 1)$                       г)  $6^x + 6^y = 6^{x+y}$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x \right)$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^x}{x + e^x}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$

### Вариант 7

1. Найти производную функций:

а)  $y = \operatorname{ctg}^3 2x + 4x^2 + 5$                       в)  $y = \operatorname{arctg}^2(\sin x)$

б)  $y = 4^{x^5} \cos 2x$                       г)  $y = 2x - \operatorname{arctg} y$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{x^3}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

### Вариант 8

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\operatorname{arctg} 2x}{x} - \sqrt{x} + 2$                       в)  $y = \ln \sin 3x + \operatorname{tg} 8x$

б)  $y = 2^{\ln x} \arccos 3x$                       г)  $5^x - \sin y = 5x + y^2$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\cos x - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^x + 1)}{1 - xe^x}$

### Вариант 9

1. Найти производную функций:

а)  $y = e^{\operatorname{ctg} x} x^7 - \ln(2x^2 + 8x)$       в)  $y = \frac{\cos^3 2x}{5x+1} + \arcsin(2x+5)$

б)  $y = \sqrt{2x^2 + 1} + 2^{\operatorname{ctg} x}$       г)  $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-2x}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$

### Вариант 10

1. Найти производную функций:

а)  $y = \operatorname{tg}^2 3x - 3x - 4$       в)  $y = \operatorname{arcctg}^2(\cos x)$

б)  $y = 2^{x^2} \sin 3x$       г)  $2y - 1 - xy^3 = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg} 3x \cdot \operatorname{tg} x$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 2x - 1}{3x^3 + 4x}$

### Вариант 11

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\arcsin 2x}{x} - \sqrt{x} + 5$       в)  $y = \ln \cos 2x - \operatorname{ctg} 3x$

б)  $y = 4^{\ln x} \arcsin 2x$       г)  $x^3 + x^2 y + y^2 - 1 = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{2x - \sin 2x}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln^2 x$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x - 3}$

### Вариант 12

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\cos 2x} + 2^x$       в)  $y = \arcsin^2(e^x) + x^3$

б)  $y = \operatorname{tg}^3 x \cdot \frac{1}{x}$       г)  $e^y + xy = e$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(1+x))^x$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x^2}$ ;      в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{4x^2 - 3x^3 + 5}$

### Вариант 13

1. Найти производную функций:

а)  $y = \arctg^2 3x + 2x^4 + 1$       в)  $y = \ln^2 \frac{\sin 3x}{x}$

б)  $y = \text{ctg } 3x \cdot \ln x$       г)  $y^2 = x + \ln \frac{y}{x}$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cdot \cos x}{x - \sin x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{x-2}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^2 + 2x^4 - 5x}{18x^3 + x^2}$

### Вариант 14

1. Найти производную функций:

а)  $y = \sqrt[3]{3x^5 + 7} + \arccos 2x$       в)  $y = \frac{\sin e^x}{x^2} + 2x^2 + 5x$

б)  $y = \arcsin(5x + 3) \cdot e^{2x}$       г)  $\text{tgy} = xy - y$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \text{tg} x}{x^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\text{ctg} x}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3x - x^2}{2x^2 + x - 1}$

### Вариант 15

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\sqrt{x+3}}{\sin 3x} + 3^x$       в)  $y = \arccos^2 5x + e^{x^2}$

б)  $y = \text{ctg}^3 x \cdot \frac{2}{x}$       г)  $x \cdot e^y = x^2 + y - 2$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \cdot \sin x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)} \right)$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^2 + 1}{2x^5 + 3x^3 - x}$

### Вариант 16

1. Найти производную функций:

а)  $y = \arcsin^2 5^x + \sqrt{x+2}$       в)  $y = \text{tg}^3(\sin 2x) + 2^x$

б)  $y = \frac{\cos 8x}{x^5} - \arccos 3x$       г)  $\frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}} - \sqrt[3]{\frac{y}{x}} = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x} - \frac{1}{\sin 2x} \right)$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 3x^2 - 2}{2x^6 + 4x + 5}$

### Вариант 17

1. Найти производную функций:

а)  $y = \ln^3(\sin 8x) + \operatorname{ctg} 2x$

в)  $y = \sin 3x \cdot \ln 7x^2$

б)  $y = \operatorname{arctg}^2 3x$

г)  $x \cdot \sin y + y \cdot \sin x = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x})$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^3 - 4x^2 + 1}{6x^3 + 3x + 2}$

### Вариант 18

1. Найти производную функций:

а)  $y = 2^{\sin x} + x^2 + 4$

в)  $y = \sin^3 7x^2$

б)  $y = \frac{x^2}{\ln x} + 8x$

г)  $x^2 + xy^3 - y^2 - 5 = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2}$

### Вариант 19

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\cos 3x}{4} - \arccos 7x$

в)  $y = \arccos^2 7^x + \sqrt{3x + 1}$

б)  $y = \frac{\sin 3x}{x^2} - \arcsin 4x$

г)  $\arcsin \frac{x}{y} = y \ln x$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3x}{2x^3 - x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{\sin x}}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^x + 1)}{1 - x \cdot e^x}$

### Вариант 20

1. Найти производную функций:

а)  $y = \ln^2(\cos 2x) + \operatorname{tg} 3x$

в)  $y = \cos 3x \cdot \ln 8x$

б)  $y = \operatorname{arctg}^2 8x$

г)  $e^x = xy$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{2}{x}} - 1)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{5x^4 + 3x - 2}$

### Вариант 21

1. Найти производную функций:

$$a) y = \ln^3 \sqrt{\sin x}$$

$$b) y = \frac{\operatorname{tg} 2x}{3x} + \arcsin x^2$$

$$б) y = \cos^2 \ln 5x$$

$$г) e^{x-y} + \sqrt{xy} = 2$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \cdot \operatorname{ctg}(x - 1); \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(x - \frac{\pi}{2})}{\operatorname{tg} x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2}$$

### Вариант 22

1. Найти производную функций:

$$a) y = \sin 3x \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

$$b) y = \operatorname{arctg} 5^x - 8x + 5$$

$$б) y = 2^{x^2 + \sin x}$$

$$г) y^4 - 4x^4 - 6xy = 0$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \cdot \ln^2 x; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x + 5}{4 - x^4}$$

### Вариант 23

1. Найти производную функций:

$$a) y = \arccos^2 5x + \ln 3x$$

$$b) y = \cos^2 \left( \ln \frac{1}{x} \right)$$

$$б) y = \operatorname{arctg} (\sin 8x)$$

$$г) \ln x + e^{\frac{-y}{x}} = \frac{x}{e}$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} x \cdot \ln x; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 2x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2}{6x^3 - 4x + 3}$$

### Вариант 24

1. Найти производную функций:

$$a) y = \operatorname{ctg} \frac{x^2}{4} - \sin x$$

$$b) y = \ln^2 \sqrt{\cos x}$$

$$б) y = \frac{\operatorname{ctg} 3x}{7x^2} + \arccos 2x$$

$$г) \ln(xy) + y^2 = 1$$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{10}{x-2} - \frac{1}{x^2 - x - 2} \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 2x - 3x^4}{x^5 + x + 3}$$

### Вариант 25

1. Найти производную функций:

а)  $y = \cos 2x \cdot \arccos \frac{1}{x}$                       в)  $y = \operatorname{arctg} 7^{x^2} - 3x + 5$

б)  $y = \arcsin (\cos 2x)$                       г)  $x^2 + y^2 + \sin xy = 4$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos 3x \cdot \operatorname{tg} x$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x \operatorname{tg} 2x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 7x + 1}{3x^4 + x + 3}$

### Вариант 26

1. Найти производную функций:

а)  $y = 7^{\sin 3x + 5x}$                       в)  $y = \operatorname{arctg} (\cos 5x)$

б)  $y = \sqrt{\frac{\cos 2x}{x}} + \ln 8x$                       г)  $(x + y^2)^2 + x - y = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 2x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$

### Вариант 27

1. Найти производную функций:

а)  $y = \arcsin 2x \cdot \operatorname{tg} (7x + 3)$                       в)  $y = \sin^8 (\sin 3x)$

б)  $y = 3^{x^2 + \operatorname{tg} x} - x^3$                       г)  $x^3 y^2 - (2x + y)^2 + 8 = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^{2x} - 1} - \frac{1}{2x} \right)$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 7x + 1}{3x^4 + x + 3}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos 4x}$

### Вариант 28

1. Найти производную функций:

а)  $y = \cos 3x + \sqrt{x^5 + 3}$                       в)  $y = \ln^2 \frac{1}{x}$

б)  $y = \operatorname{arctg} 2^x + x^2 - 7x$                       г)  $x^2 \cdot \sin y + y^3 \cdot \cos x = 0$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{\arcsin^2 3x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + 5x^2 - 3x^5}{8 - 6x - x^5}$

### Вариант 29

1. Найти производную функций:

а)  $y = \frac{\sin 2x}{x^4} - x^7 + 2x$

в)  $y = \arctg^2 3x$

б)  $y = 3^{x^2} \cdot \cos 7x$

г)  $x^2 \cdot (x + y)^2 - x + y = 3$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^3 + x^2 + 4x}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 2x}$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(1 + x))^x$

### Вариант 30

1. Найти производную функций:

а)  $y = \sin 2x + \sqrt{x^3 + 7}$

в)  $y = \arccos 3x \cdot \operatorname{ctg}(3x + 7)$

б)  $y = 2^{x^3 + \operatorname{ctg} x} - x^5$

г)  $xy = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$

2. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ;    б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ ;    в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 - x^5}{2x + 3x^2 - 3x^5}$